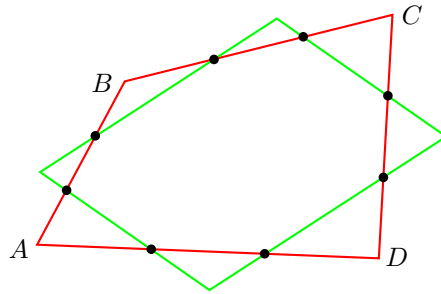


Parallélogramme de Wittenbauer

Énoncé¹

On considère un quadrilatère convexe $ABCD$. On partage chacun des segments $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$, $[DA]$ en trois segments égaux et on joint les points ainsi obtenus deux à deux comme dans la figure ci-dessous.



Il semble que le quadrilatère $PQRS$ soit un parallélogramme et on s'intéresse à quelques points particuliers de cette figure.

On note I l'intersection des droites (AC) et (BD) , O celle des droites (PR) et (QS) , enfin G est l'isobarycentre des points A, B, C, D .

1) Réaliser à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique une figure correspondant à cette description en faisant apparaître les quadrilatères $ABCD$ et $PQRS$, les segments $[AC]$ et $[BD]$, ainsi que les points I, O, G .

Appeler l'examineur pour vérification de la figure construite

2) Quelle conjecture peut-on formuler à propos des droites (RS) , (AC) , (PQ) ? puis des droites (PS) , (BD) , (QR) ?

Quelle conjecture peut-on formuler à propos des points O, I, G ?

Utiliser le logiciel pour évaluer le rapport $\frac{IG}{IO}$.

Appeler l'examineur pour vérification

3) Prouver que le quadrilatère $PQRS$ est un parallélogramme.

On note V l'intersection des droites (AC) et (PS) , W celle des droites (BD) et (PQ) .

Établir que $IVPW$ est un parallélogramme. Exprimer \vec{IP} en fonction de \vec{IA} et \vec{IB} . Écrire des relations analogues pour les vecteurs \vec{IQ} , \vec{IR} , \vec{IS} . Conclure.

¹Pierre Lapôte. Lycée S.Berthelot.CALAIS